

## 9/4.5.2

# Le PPCM

---

### DÉFINITION

Le PPCM est le Plus Petit Commun Multiple de deux ou plusieurs nombres, c'est-à-dire le nombre le plus petit qui soit, tel qu'il soit divisible par chacun des nombres dont on considère le PPCM.

Si nous reprenons 30 et 45, le plus petit commun multiple est 90.

### CALCUL MANUEL DU PPCM

Pour calculer le PPCM de deux nombres, on procède en deux étapes :

- 1) Décomposer chacun des nombres en facteurs premiers.
- 2) Effectuer le produit de tous les nombres trouvés et différents, auxquels on affectera le plus grand exposant.

Ainsi pour 30 et 45 :

$$30 = 2^1 * 3^1 * 5^1$$

$$45 = 3^2 * 5^1$$

ce qui nous donne pour PPCM :  $2^1 * 3^2 * 5^1 = 90$ .

### UNE RELATION REMARQUABLE

Une méthode très rapide pour calculer le PPCM, lorsque l'on connaît la valeur du PGCD, est de considérer la relation suivante :

$$\text{PGCD}(a,b) * \text{PPCM}(a,b) = a * b$$

d'où l'on tire :

$$\text{PPCM}(a,b) = (a * b) / \text{PGCD}(a,b)$$

### PPCM ET PROGRAMMATION

Encore une fois, il est hors de question de calculer la décomposition en facteur premier de chacun des nombres pour calculer le PPCM de deux nombres.

Comme nous savons calculer très facilement le PGCD de deux nombres, nous nous contenterons d'utiliser la relation ci-dessus pour obtenir le PPCM.

Vous pourrez ainsi écrire vous-même, très facilement, les programmes Turbo-Pascal et Basic de calcul de PPCM grâce à l'algorithme suivant :

- DEBUT
  - PROCEDURE PGCD
  - Mettre dans la variable PPCM le résultat de l'opération  $a * b / \text{PGCD}(a,b)$
- FIN

Les programmeurs Basic n'oublieront pas de sauvegarder préalablement les variables **a** et **b** afin de les réutiliser, car le programme du PGCD (qui pourra être traité en sous-programme) rend le PGCD dans la variable **a**.