

9/4.6.2

Systemes d'equations du premier degre

Dans ce chapitre, vous trouverez des programmes écrits en Basic et en Turbo Pascal qui permettent de résoudre des systèmes de :

- deux équations à deux inconnues,
- trois équations à trois inconnues.

I. Résolution de systèmes de deux équations à deux inconnues

Soit le système

$$ax + by = R1$$

$$cx + dy = R2$$

Le système a une solution si le déterminant

$$\text{Det} = ad - bc$$

est non nul.

La solution est alors

$$x = (R1d - R2b)/\text{Det}$$

$$y = (aR2 - cR1)/\text{Det}$$

COMMENT UTILISER LE PROGRAMME

Le listing du programme Basic est le suivant :

```
1000 '-----
1010 ' Resolution de systemes de deux equations
1020 ' a deux inconnues dans R
1030 '-----
1040 '
1050 CLS
1060 PRINT "Systeme de deux equations a deux inconnues"
1070 PRINT
1080 PRINT "Soit le systeme"
1090 PRINT "  ax + by = R1"
1100 PRINT "  cx + dy = R2"
1110 PRINT
1120 PRINT "Entrez les constantes du systeme :"
1130 INPUT "  a = ",a
1140 INPUT "  b = ",b
1150 INPUT "  c = ",c
1160 INPUT "  d = ",d
1170 INPUT " R1 = ",r1
1180 INPUT " R2 = ",r2
1190 Det=a*d-b*c
1200 PRINT
1210 IF Det=0 THEN PRINT "Le systeme n'a pas de solution." :goto
1220 PRINT "La solution du systeme est :"
1230 PRINT "  x = ";(R1*d-R2*b)/Det
1240 PRINT "  y = ";(a*R2-c*R1)/Det
1250 END
```

Le listing du programme Turbo Pascal est le suivant :

```
Program System2;
{-----}
{ Resolution de systemes de deux equations }
{ a deux inconnues dans R }
{-----}

VAR
  a,b,c,d,R1,R2 : Real; { Coefficients du systeme }
  Det : Real;           { Determinant du systeme }

begin
  ClrScr;
  Writeln('Systeme de deux equations a deux inconnues');
  Writeln;
  Writeln('Soit le systeme');
  Writeln('  ax + by = R1');
  Writeln('  cx + dy = R2');
  Writeln;
  Writeln('Entrez les constantes du systeme :');
  Write('  a = ');
  Readln(a);
  Write('  b = ');
  Readln(b);
  Write('  c = ');
  Readln(c);
  Write('  d = ');
  Readln(d);
  Write('  R1 = ');
  Readln(R1);
  Write('  R2 = ');
  Readln(R2);
  Det:=a*d-b*c;
  Writeln;
  If (Det=0)
  then Writeln('Le systeme n''a pas de solution.')
  else begin
    Writeln('La solution du systeme est :');
    Writeln('  x = ',(R1*d-R2*b)/Det:8:8);
    Writeln('  y = ',(a*R2-c*R1)/Det:8:8);
  end;
end.
```

Lancez le programme.

Entrez les coefficients a, b, c, d, R1 et R2.

Le programme affiche le message
"Le système n'a pas de solution"
si le déterminant du système est nul.
Il affiche la solution dans le cas contraire.

Exemple :

Soit le système

$$ax + by = R1$$

$$cx + dy = R2$$

Entrez les constantes du système :

$$a = 1$$

$$b = 4$$

$$c = 2$$

$$d = 0$$

$$R1 = 2$$

$$R2 = 2$$

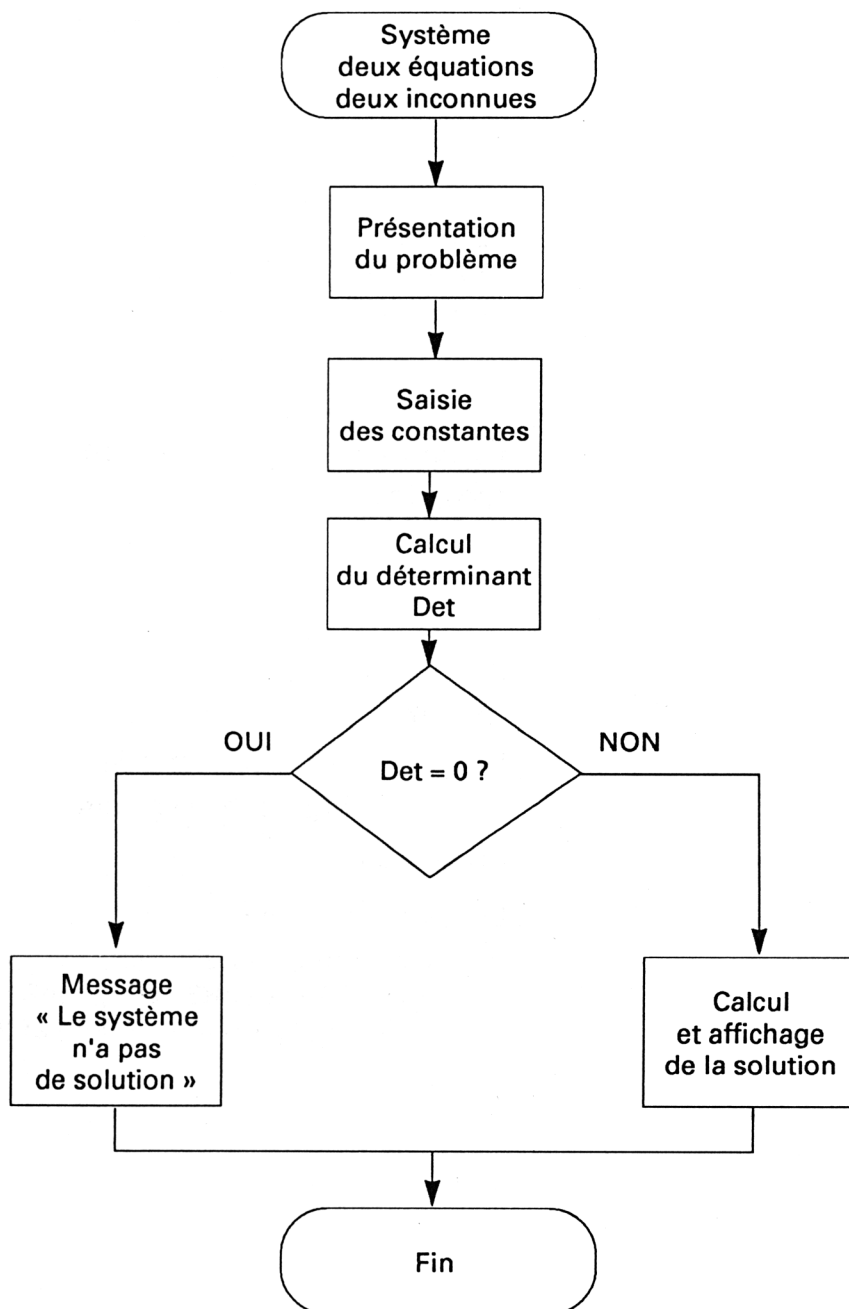
La solution du système est :

$$x = 1$$

$$y = 0.25$$

LE PROGRAMME EN DÉTAIL

Étudions le fonctionnement du programme écrit en Basic. Sa logique apparaît dans l'ordinogramme ci-dessous :



Les lignes 1000 à 1110 affichent des commentaires sur le programme.
Les lignes 1120 à 1180 saisissent les paramètres du système.

Le déterminant est calculé ligne 1190 :

```
1190 Det=a*d-b*c
```

S'il est nul, un message indique que le système n'a pas de solution :

```
1210 IF Det=0 THEN PRINT "Le système n'a pas de solution."  
:goto 1250
```

Dans le cas contraire, les solutions sont affichées lignes 1220 à 1240 :

```
1220 PRINT "La solution du système est :"
```

```
1230 PRINT " x = ";(R1*d-R2*b)/Det
```

```
1240 PRINT " y = ";(a*R2-c*R1)/Det
```

II. Résolution de systèmes de trois équations à trois inconnues

Soit le système

$$ax + by + cz = R1$$

$$dx + ey + fz = R2$$

$$gx + hy + iz = R3$$

Le système a une solution si le déterminant

$$\text{Det} = aei + bfg + cdh - ceg - afh - bdi$$

est non nul.

La solution est alors

$$x = (R1ei + bfR3 + cR2h - ceR3 - R1fh - bR2i)/\text{Det}$$

$$y = (aR2i + R1fg + cdR3 - cR2g - afR3 - R1di)/\text{Det}$$

$$z = (aeR3 + bR2g + R1dh - R1eg - aR2h - bR3)/\text{Det}$$

COMMENT UTILISER LE PROGRAMME

Le listing du programme Basic est le suivant :

```

1000 '-----
1010 ' Resolution de systemes de trois equations
1020 ' a trois inconnues dans R
1030 '-----
1040 '
1050 CLS
1060 PRINT"Systeme de trois equations a trois inconnues"
1070 PRINT
1080 PRINT"Soit le systeme"
1090 PRINT"  ax + by + cz = R1"
1100 PRINT"  dx + ey + fz = R2"
1110 PRINT"  gx + hy + iz = R3"
1120 PRINT
1130 PRINT"Entrez les constantes du systeme :"
1140 INPUT"  a = ",a
1150 INPUT"  b = ",b
1160 INPUT"  c = ",c
1170 INPUT"  d = ",d
1180 INPUT"  e = ",e
1190 INPUT"  f = ",f
1200 INPUT"  g = ",g
1210 INPUT"  h = ",h
1220 INPUT"  i = ",i
1230 INPUT" R1 = ",r1
1240 INPUT" R2 = ",r2
1250 INPUT" R3 = ",r3
1260 Det=a*e*i + b*f*g + c*d*h - c*e*g - a*f*h - b*d*i
1270 PRINT
1280 IF Det=0 THEN PRINT"Le systeme n'"a pas de solution.":GOTO 13
1290 PRINT"La solution du systeme est :"
1300 x=(R1*e*i + b*f*R3 + c*R2*h - c*e*R3 - R1*f*h - b*R2*i)/Det
1310 y=(a*R2*i + R1*f*g + c*d*R3 - c*R2*g - a*f*R3 - R1*d*i)/Det
1320 z=(a*e*R3 + b*R2*g + R1*d*h - R1*e*g - a*R2*h - b*d*R3)/Det
1330 PRINT"  x = ",x
1340 PRINT"  y = ",y
1350 PRINT"  z = ",z
1360 END

```

Le listing du programme Turbo Pascal est le suivant :

```
Program System3;
{-----}
{ Resolution de systemes de trois equations }
{ a trois inconnues }
{-----}

VAR
  a,b,c,d,e,f,g,h,i,R1,R2,R3 : Real; { Coefficients du systeme }
  Det : Real; { Determinant du systeme }
  x,y,z : Real; { Solution du systeme }

begin
  ClrScr;
  Writeln('Systeme de trois equations a trois inconnues');
  Writeln;
  Writeln('Soit le systeme');
  Writeln(' ax + by + cz = R1');
  Writeln(' dx + ey + fz = R2');
  Writeln(' gx + hy + iz = R3');
  Writeln;
  Writeln('Entrez les constantes du systeme :');
  Write(' a = ');
  Readln(a);
  Write(' b = ');
  Readln(b);
  Write(' c = ');
  Readln(c);
  Write(' d = ');
  Readln(d);
  Write(' e = ');
  Readln(e);
  Write(' f = ');
  Readln(f);
  Write(' g = ');
  Readln(g);
  Write(' h = ');
  Readln(h);
  Write(' i = ');
  Readln(i);
  Write(' R1 = ');
  Readln(R1);
  Write(' R2 = ');
  Readln(R2);
  Write(' R3 = ');
  Readln(R3);
  Det:=a*e*i + b*f*g + c*d*h - c*e*g - a*f*h - b*d*i;
  Writeln;
```



```

If (Det=0)
then Writeln('Le systeme n''a pas de solution.')
else begin
  Writeln('La solution du systeme est :');
  x:=(R1*e*i + b*f*R3 + c*R2*h - c*e*R3 - R1*f*h - b*R2*i)/Det;
  y:=(a*R2*i + R1*f*g + c*d*R3 - c*R2*g - a*f*R3 - R1*d*i)/Det;
  z:=(a*e*R3 + b*R2*g + R1*d*h - R1*e*g - a*R2*h - b*d*R3)/Det;
  Writeln(' x = ',x:8:8);
  Writeln(' y = ',y:8:8);
  Writeln(' z = ',z:8:8);
end;
end.

```

Lancez le programme.

Entrez les coefficients a, b, ..., i, R1, R2 et R3.

Le programme affiche le message

"Le système n'a pas de solution"

si le déterminant du système est nul.

Il affiche la solution dans le cas contraire.

Exemple :

Soit le système

$$ax + by + cz = R1$$

$$dx + ey + fz = R2$$

$$gx + hy + iz = R3$$

Entrez les constantes du système :

$$a = 1$$

$$b = 2$$

$$c = 0$$

$$d = 3$$

$$e = 2$$

$$f = -1$$

$$g = 4$$

$$h = 2$$

$$i = 2$$

$$R1 = 0$$

$$R2 = 3$$

$$R3 = 2$$

La solution du système est :

$$x = 1.14285714$$

$$y = -0.571428571$$

$$z = -0.714285714$$

LE PROGRAMME EN DÉTAIL

Étudions le fonctionnement du programme écrit en Turbo Pascal. Sa logique est similaire à celle de l'ordinogramme du programme précédent.

Les premières lignes du programme déclarent les variables utilisées pour stocker les paramètres et effectuer les calculs.

Les lignes suivantes saisissent et stockent les paramètres dans des variables de même nom.

Le déterminant est calculé et stocké dans la variable Det :

$$\text{Det} = a * e * i + * b * f * g + c * d * h - c * e * g - a * f * h - b * d * i$$

Un message est affiché si le déterminant est nul. Dans le cas contraire, la solution est calculée dans les variables x, y et z. Elle est affichée sous forme réelle, huit chiffres avant et après la virgule à l'aide d'indicateurs de formatage :

```
Writeln(' x = ',x:8:8);
```

```
Writeln(' y = ',y:8:8);
```

```
Writeln(' z = ',z:8:8);
```