

9/4.7.2

Inversions des matrices

I. Inverse d'une matrice 2 x 2

Soit P une matrice d'ordre 2 :

$$P = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

L'inverse de la matrice P est une matrice carrée M d'ordre 2 telle que $M \times P = I$

où I est la matrice identité. Après résolution, il vient :

$$M = \begin{bmatrix} R1 & R2 \\ R3 & R4 \end{bmatrix}$$

avec

$$R1 = d / (ad-bc),$$

$$R2 = -b / (ad-bc),$$

$$R3 = -c / (ad-bc)$$

$$\text{et } R4 = a / (ad-bc)$$

Ces formules vont être utilisées dans le programme Basic pour calculer la matrice inverse.

COMMENT UTILISER LE PROGRAMME

Le listing du programme est le suivant :

```

1000 ' -----
1010 ' Inverse d'une matrice 2x2
1020 ' -----
1030 '
1040 MODE 1
1050 PRINT "Inverse d'une matrice 2x2"
1060 PRINT "-----"
1070 PRINT
1080 c1$=CHR$(150) 'Coin superieur gauche
1090 c2$=CHR$(149) 'Barre verticale
1100 c3$=CHR$(147) 'Coin inferieur gauche
1110 c4$=CHR$(156) 'Coin superieur droit
1120 c5$=CHR$(153) 'Coin inferieur droit
1130 PRINT c1$ "c4$"-1 "c1$" "c4$"
1140 PRINT c2$ " a b "c2$" "c2$" R1 R2 "c2$"
1150 PRINT c2$ " "c2$" = "c2$" "c2$"
1160 PRINT c2$ " c d "c2$" "c2$" R3 R4 "c2$"
1170 PRINT c3$ "c5$" "c3$" "c5$"
1180 PRINT
1190 PRINT "Entrez les donnees"
1200 PRINT
1210 FOR i=1 TO 4
1220 PRINT CHR$(96+i); "=";
1230 INPUT t(i)
1240 NEXT i
1250 PRINT
1260 PRINT "Resultat"
1270 det=t(1)*t(4)-t(2)*t(3)
1280 IF det=0 THEN PRINT "Pas d'inverse":GOTO 1340
1290 PRINT
1300 PRINT "R1="; t(4)/det
1310 PRINT "R2="; -t(2)/det
1320 PRINT "R3="; -t(3)/det
1330 PRINT "R4="; t(1)/det
1340 END

```

Lancez le programme, et entrez les coefficients de la matrice à inverser. Le résultat est immédiatement affiché. Lorsque le déterminant de la matrice est nul, le message :

"Pas d'inverse"

signale que la matrice inverse n'existe pas.

Exemple :

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} R1 & R2 \\ R3 & R4 \end{bmatrix}$$

Entrez les données

a=? 1

b=? 2

c=? 0

d=? 4

Resultat

R1=? 1

R2=? -0.5

R3=? 0

R4=? 0.25

II. Inverse d'une matrice 3 x 3

Soit P une matrice d'ordre 3 :

$$P = \begin{bmatrix} A & B & C \\ D & E & F \\ G & H & I \end{bmatrix}$$

L'inverse de la matrice P est une matrice carrée M d'ordre 3 telle que
 $M \times P = I$

où I est la matrice identité. Après résolution, il vient :

$$M = \begin{bmatrix} R1 & R2 & R3 \\ R4 & R5 & R6 \\ R7 & R8 & R9 \end{bmatrix}$$

avec

$$R1 = -F (FH-IE) / ((DC-AF) (FH-IE) - (GF-ID) (CE-BF))$$

$$R2 = (H(BF-CE) + B(IE-FH)) / ((BD-AE) (IE-FH) + (CE-BF) (EG-DH))$$

$$R3 = E(FB-EC) / ((DB-EA) (FH-EI) + (EG-DH) (FB-EC))$$

$$R4 = F(ID-GF) / ((CE-BF) (GF-ID) - (FH-IE) (DC-AF))$$

$$R5 = (C(DI-GF) - I(CD-AF)) / ((CE-BF) (DI-GF) + (HF-IE) (CD-AF))$$

$$R6 = F(CD-FA) / ((CE-BF) (DI-GF) + (HF-EI) (CD-FA))$$

$$R7 = E(EG-DH) / ((BD-AE) (IE-FH) - (BF-CE) (EG-DH))$$

$$R8 = (H(AE-BD) + B(DH-EG)) / ((BF-CE) (DH-EG) + (IE-FH) (BD-AE))$$

$$R9 = E(BD-EA) / ((FB-EC) (DH-EG) + (EI-FH) (BD-EA))$$

Ces formules vont être utilisées dans le programme Basic pour calculer la matrice inverse.

COMMENT UTILISER LE PROGRAMME

Le listing du programme est le suivant :

```

1000 ' -----
1010 ' Inverse d'une matrice 3x3
1020 ' -----
1030 '
1040 MODE 1
1050 PRINT "Inverse d'une matrice 3x3"
1060 PRINT "-----"
1070 PRINT
1080 c1$=CHR$(150) 'Coin superieur gauche
1090 c2$=CHR$(149) 'Barre verticale
1100 c3$=CHR$(147) 'Coin inferieur gauche
1110 c4$=CHR$(156) 'Coin superieur droit
1120 c5$=CHR$(153) 'Coin inferieur droit
1130 PRINT c1$ "c4$"-1 "c1$" "c4$"
1140 PRINT c2$ " a b c "c2$" "c2$" R1 R2 R3 "c2$"
1150 PRINT c2$ " d e f "c2$" = "c2$" R4 R5 R6 "c2$"
1160 PRINT c2$ " g h i "c2$" "c2$" R7 R8 R9 "c2$"
1170 PRINT c3$ "c5$" "c3$" "c5$"
1180 PRINT
1190 PRINT "Entrez les donnees"
1200 PRINT
1210 FOR i=1 TO 9
1220 PRINT CHR$(96+i); "=";
1230 INPUT t(i)
1240 NEXT i
1250 PRINT
1260 a=t(1):b=t(2):c=t(3):d=t(4):e=t(5):f=t(6):g=t(7):h=t(8)
:i=t(9)
1270 LOCATE 25,10
1280 PRINT "Resultat"
1290 PRINT
1300 LOCATE 25,12:PRINT "R1="; -f*(f*h-i*e)/((d*c-a*f)*(f*h-i*
e)-(g*f-i*d)*(c*e-b*f))
1310 LOCATE 25,13:PRINT "R2="; (h*(b*f-c*e)+b*(i*e-f*h))/((b*d
-a*e)*(i*e-f*h)+(c*e-b*f)*(e*g-d*h))
1320 LOCATE 25,14:PRINT "R3="; e*(f*b-e*c)/((d*b-e*a)*(f*h-e*i

```

```

)+(e*g-d*h)*(f*b-e*c)
1330 LOCATE 25,15:PRINT"R4=";f*(i*d-g*f)/(c*e-b*f)*(g*f-i*d)
)-(f*h-i*e)*(d*c-a*f)
1340 LOCATE 25,16:PRINT"R5=";(c*(d*i-g*f)-i*(c*d-a*f))/(c*e
-b*f)*(d*i-g*f)+(h*f-i*e)*(c*d-a*f)
1350 LOCATE 25,17:PRINT"R6=";f*(c*d-f*a)/(c*e-b*f)*(d*i-g*f)
)+(h*f-i*e)*(c*d-a*f)
1360 LOCATE 25,18:PRINT"R7=";e*(e*g-d*h)/(d*b-e*a)*(i*e-f*h)
)-(b*f-c*e)*(e*g-d*h)
1370 LOCATE 25,19:PRINT"R8=";(h*(a*e-b*d)+b*(d*h-e*g))/(b*f
-c*e)*(d*h-e*g)+(i*e-f*h)*(b*d-a*e)
1380 LOCATE 25,20:PRINT"R9=";e*(b*d-e*a)/(b*f-c*e)*(d*h-e*g)
)+(i*e-f*h)*(b*d-a*e)
1390 END

```

Lancez le programme, et entrez les coefficients de la matrice à inverser. Le résultat est immédiatement affiché.

Exemple :

$$\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} R1 & R2 & R3 \\ R4 & R5 & R6 \\ R7 & R8 & R9 \end{bmatrix}$$

Entrez les données	Résultat
a=? 0	R1= - 0.5
b=? 1	R2= 0.125
c=? 4	R3= 0.75
d=? 2	R4= 0
e=? 4	R5= 0.25
f=? 4	R6= - 0.5
g=? 1	R7= 0.25
h=? 0	R8= - 0.0625
i=? 2	R9= 0.125

