

9/4.7.3

Divisions des matrices

I. Division de deux matrices 2 x 2

Pour diviser deux matrices P et Q , il suffit :

- de calculer l'inverse de la matrice Q ,
- de le multiplier par la matrice P .

C'est la méthode utilisée par les deux programmes de division.

COMMENT UTILISER LE PROGRAMME

Le listing du programme est le suivant :

```

1000 ' -----
1010 ' Division de deux matrices 2x2
1020 ' -----
1030 '
1040 MODE 1
1050 PRINT"Division de deux matrices 2x2"
1060 PRINT"-----"
1070 PRINT
1080 c1$=CHR$(150) 'Coin superieur gauche
1090 c2$=CHR$(149) 'Barre verticale
1100 c3$=CHR$(147) 'Coin inferieur gauche
1110 c4$=CHR$(156) 'Coin superieur droit
1120 c5$=CHR$(153) 'Coin inferieur droit
1130 PRINT c1$      "c4$"   "c1$"      "c4$"   "c1$"      "c
4$
1140 PRINT c2$" a b "c2$"   "c2$" e f "c2$" = "c2$" R1 R2 "c
2$
1150 PRINT c2$"      "c2$" / "c2$"      "c2$" = "c2$"      "c
2$
1160 PRINT c2$" c d "c2$"   "c2$" g h "c2$"   "c2$" R3 R4 "c
2$
1170 PRINT c3$"      "c5$"   "c3$"      "c5$"   "c3$"      "c
5$
1180 PRINT
1190 PRINT"Entrez les donnees"
1200 FOR i=1 TO 8
1210   IF i<=4 THEN LOCATE 1,11+i ELSE LOCATE 10,7+i
1220   PRINT CHR$(96+i);"=";
1230   INPUT t(i)
1240 NEXT i
1250 PRINT
1260 LOCATE 25,10
1270 PRINT"Resultat"
1280 det=t(5)*t(8)-t(6)*t(7)
1290 IF det=0 THEN PRINT"Division impossible":GOTO 1400
1300 PRINT
1310 e=t(8)/det
1320 f=-t(6)/det
1330 g=-t(7)/det
1340 h=t(5)/det
1350 a=t(1):b=t(2):c=t(3):d=t(4)
1360 LOCATE 25,12:PRINT"R1=";a*e+b*g
1370 LOCATE 25,13:PRINT"R2=";a*f+b*h
1380 LOCATE 25,14:PRINT"R3=";c*e+g*d
1390 LOCATE 25,15:PRINT"R4=";c*f+d*h
1400 END

```

Lancez le programme, et entrez les coefficients de la matrice à inverser. Le résultat est immédiatement affiché.

Exemple :

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} / \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R1 & R2 \\ R3 & R4 \end{bmatrix}$$

Entrez les données	Résultat
a=? 1 e=? 1	R1= 1
b=? 2 f=? 2	R2= 0
c=? 4 g=? 4	R3= 0
d=? 2 h=? 2	R4= 1

II. Division de deux matrices 3 x 3

La même méthode permet de calculer le résultat de la division de deux matrices d'ordre 3.

COMMENT UTILISER LE PROGRAMME BASIC

Le listing du programme est le suivant :

```

1000 ' -----
1010 ' Division de deux matrices 3x3
1020 ' -----
1030 '
1040 MODE 1
1050 DIM t(18)
1060 PRINT"Division de deux matrices 3x3"
1070 PRINT"-----"
1080 PRINT
1090 c1$=CHR$(150) 'Coin superieur gauche
1100 c2$=CHR$(149) 'Barre verticale
1110 c3$=CHR$(147) 'Coin inferieur gauche
1120 c4$=CHR$(156) 'Coin superieur droit
1130 c5$=CHR$(153) 'Coin inferieur droit
1140 PRINT c1$ "c4$" "c1$" "c4$" "c1$"
      "c4$"
1150 PRINT c2$ " a b c "c2$" "c2$" j k l "c2$" "c2$" R1 R
2 R3 "c2$"
1160 PRINT c2$ " d e f "c2$" / "c2$" m n o "c2$" = "c2$" R4 R

```

```

5 R6 "c2$
1170 PRINT c2$ " g h i "c2$" "c2$" p q r "c2$" "c2$" R7 R
8 R9 "c2$
1180 PRINT c3$ " "c5$" "c3$" "c5$" "c3$"
" c5$
1190 PRINT
1200 PRINT "Entrez les donnees"
1210 PRINT
1220 FOR i=1 TO 18
1230 IF i<=9 THEN LOCATE 1,i+11 ELSE LOCATE 10,i+2
1240 PRINT CHR$(96+i); "=";
1250 INPUT t(i)
1260 NEXT i
1270 LOCATE 25,10
1280 PRINT "Resultat"
1290 PRINT
1300 a=t(10):b=t(11):c=t(12):d=t(13):e=t(14):f=t(15):g=t(16)
:h=t(17):i=t(18)
1310 j=t(1):k=t(2):l=t(3):m=t(4):n=t(5):o=t(6):p=t(7):q=t(8)
:r=t(9)
1320 jj=-f*(f*h-i*e)/((d*c-a*f)*(f*h-i*e)-(g*f-i*d)*(c*e-b*f)
)
1330 kk=(h*(b*f-c*e)+b*(i*e-f*h))/((b*d-a*e)*(i*e-f*h)+(c*e-
b*f)*(e*g-d*h))
1340 ll=e*(f*b-e*c)/((d*b-e*a)*(f*h-e*i)+(e*g-d*h)*(f*b-e*c)
)
1350 mm=f*(i*d-g*f)/((c*e-b*f)*(g*f-i*d)-(f*h-i*e)*(d*c-a*f)
)
1360 nn=(c*(d*i-g*f)-i*(c*d-a*f))/((c*e-b*f)*(d*i-g*f)+(h*f-
i*e)*(c*d-a*f))
1370 oo=f*(c*d-f*a)/((c*e-b*f)*(d*i-g*f)+(h*f-i*e)*(c*d-a*f)
)
1380 pp=e*(e*g-d*h)/((d*b-e*a)*(i*e-f*h)-(b*f-c*e)*(e*g-d*h)
)
1390 qq=(h*(a*e-b*d)+b*(d*h-e*g))/((b*f-c*e)*(d*h-e*g)+(i*e-
f*h)*(b*d-a*e))
1400 rr=e*(b*d-e*a)/((b*f-c*e)*(d*h-e*g)+(i*e-f*h)*(b*d-a*e)
)
1410 LOCATE 25,12:PRINT "R1=";j*jj+k*mm+l*pp
1420 LOCATE 25,13:PRINT "R2=";j*kk+k*nn+l*qq
1430 LOCATE 25,14:PRINT "R3=";j*ll+k*oo+l*rr
1440 LOCATE 25,15:PRINT "R4=";m*jj+n*mm+o*pp
1450 LOCATE 25,16:PRINT "R5=";m*kk+n*nn+o*qq
1460 LOCATE 25,17:PRINT "R6=";m*ll+n*oo+o*rr
1470 LOCATE 25,18:PRINT "R7=";p*jj+q*mm+r*pp
1480 LOCATE 25,19:PRINT "R8=";p*kk+q*nn+r*qq
1490 LOCATE 25,20:PRINT "R9=";p*ll+q*oo+r*rr
1500 END

```

Lancez le programme, et entrez les coefficients de la matrice à inverser. Le résultat est immédiatement affiché.

Exemple :

$$\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} / \begin{bmatrix} j & k & l \\ m & n & o \\ p & q & r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R1 & R2 & R3 \\ R4 & R5 & R6 \\ R7 & R8 & R9 \end{bmatrix}$$

Entrez les données	Résultat
a=? 1 j=? -0.5	R1= 1
b=? 0 k=? 0.125	R2= 1
c=? 0 l=? 0.75	R3= 4
d=? 0 m=? 0	R4= 2
e=? 1 n=? 0.25	R5= 4
f=? 0 o=? -0.5	R6= 4
g=? 0 p=? 0.25	R7= 1
h=? 0 q=? -0.0625	R8= 0
i=? 1 r=? 0.125	R9= 2

COMMENT UTILISER LE PROGRAMME TURBO PASCAL

Le listing du programme est le suivant :

```

Program Div33;
{ ----- }
{ Division de deux matrices 3x3 }
{ ----- }
var
  t : Array[1..18] of Real;
  c1, c2, c3, c4, c5 : Char; { Caracteres graphiques }
  I : Integer; { Index de boucles }
  a,b,c,d,e,f,
  g,h,i,j,k,l,
  m,n,o,p,q,r : Real;
  jj, kk, ll, mm, nn,
  oo, pp, qq, rr : Real; { Elements des matrices }

begin
  ClrScr;
  Writeln('Division de deux matrices 3x3');
  Writeln('-----');
  Writeln;
  c1:=CHR(150); { Coin superieur gauche }
  c2:=CHR(149); { Barre verticale }
  c3:=CHR(147); { Coin inferieur gauche }
  c4:=CHR(156); { Coin superieur droit }
  c5:=CHR(153); { Coin inferieur droit }
  Writeln(c1, ' ', c4, ' ', c1, ' ', c4, ' ', c1, ' ',
           ' ', c4);
  Writeln(c2, ' a b c ', c2, ' ', c2, ' j k l ', c2, ' ', c2, ' R
1 R2 R3 ', c2);
  Writeln(c2, ' d e f ', c2, ' / ', c2, ' m n o ', c2, ' = ', c2, ' R
4 R5 R6 ', c2);
  Writeln(c2, ' g h i ', c2, ' ', c2, ' p q r ', c2, ' ', c2, ' R
7 R8 R9 ', c2);
  Writeln(c3, ' ', c5, ' ', c3, ' ', c5, ' ', c3, ' ',
           ' ', c5);
  Writeln;
  Writeln('Entrez les donnees');
  Writeln;
  FOR i:=1 TO 18 do
  begin
    IF i<=9 THEN GotoXY(1,i+1)
      ELSE GotoXY(10,i+2);
    Write(CHR(96+i), '=');
    Readln(t[i]);
  end;
  GotoXY(25,10);

```

```

Writeln('Resultat');
Writeln;
a:=t[10]; b:=t[11]; c:=t[12];
d:=t[13]; e:=t[14]; f:=t[15];
g:=t[16]; h:=t[17]; ii:=t[18];
j:=t[1]; k:=t[2]; l:=t[3];
m:=t[4]; n:=t[5]; o:=t[6];
p:=t[7]; q:=t[8]; r:=t[9];
jj:=-f*(f*h-ii*e)/((d*c-a*f)*(f*h-ii*e)-(g*f-ii*d)*(c*e-b*
f));
kk:=(h*(b*f-c*e)+b*(ii*e-f*h))/((b*d-a*e)*(ii*e-f*h)+(c*e-
b*f)*(e*g-d*h));
ll:=e*(f*b-e*c)/((d*b-e*a)*(f*h-e*ii)+(e*g-d*h)*(f*b-e*c))
;
mm:=f*(ii*d-g*f)/((c*e-b*f)*(g*f-ii*d)-(f*h-ii*e)*(d*c-a*f
));
nn:=(c*(d*ii-g*f)-ii*(c*d-a*f))/((c*e-b*f)*(d*ii-g*f)+(h*f
ii*e)*(c*d-a*f));
oo:=f*(c*d-f*a)/((c*e-b*f)*(d*ii-g*f)+(h*f-ii*e)*(c*d-a*f
));
pp:=e*(e*g-d*h)/((d*b-e*a)*(ii*e-f*h)-(b*f-c*e)*(e*g-d*h))
;
qq:=(h*(a*e-b*d)+b*(d*h-e*g))/((b*f-c*e)*(d*h-e*g)+(ii*e-f
*h)*(b*d-a*e));
rr:=e*(b*d-e*a)/((b*f-c*e)*(d*h-e*g)+(ii*e-f*h)*(b*d-a*e))
;
GotoXY(25,12);
Writeln('R1:=',j*jj+k*mm+l*pp);
GotoXY(25,13);
Writeln('R2:=',j*kk+k*nn+l*qq);
GotoXY(25,14);
Writeln('R3:=',j*ll+k*oo+l*rr);
GotoXY(25,15);
Writeln('R4:=',m*jj+n*mm+o*pp);
GotoXY(25,16);
Writeln('R5:=',m*kk+n*nn+o*qq);
GotoXY(25,17);
Writeln('R6:=',m*ll+n*oo+o*rr);
GotoXY(25,18);
Writeln('R7:=',p*jj+q*mm+r*pp);
GotoXY(25,19);
Writeln('R8:=',p*kk+q*nn+r*qq);
GotoXY(25,20);
Writeln('R9:=',p*ll+q*oo+r*rr);
end.

```

Le programme Turbo Pascal a un comportement analogue au programme Basic : lancez le programme, et entrez les coefficients de la matrice à inverser. Le résultat est immédiatement affiché.

LE PROGRAMME TURBO PASCAL EN DÉTAIL

Comme toujours, le programme débute par la section des variables. Remarquez en particulier :

– le tableau de réels **T** qui contient les données des deux matrices à inverser

t : Array[1..18] of Real ;

– les constantes caractères **c1** à **c5** qui contiennent les caractères semi-graphiques utilisés pour représenter les matrices

c1, c2, c3, c4, c5 : Char ;

La section des variables est suivie de la section du programme principal.

Les premières lignes du programme principal affichent le calcul qui va être réalisé :

```
WriteLn(c1, ' ', c4, ' ', c1, ' ', c4, ' ', c1, ' ', c4) ;
```

...

```
WriteLn(c3, ' ', c5, ' ', c3, ' ', c5, ' ', c3, ' ', c5) ;
```

Les données sont mémorisées dans le tableau **T** à l'aide d'une boucle **FOR**.

```
FOR i:=1 TO 18 do
```

```
begin
```

```
  ...
```

```
  ReadLn(t[i]) ;
```

```
end ;
```

Le nom de chaque donnée est affiché à une position qui dépend de son ordre :

```
IF i<=9 THEN GotoXY(1,i+11)
```

```
      ELSE GotoXY(10,i+2) ;
```

```
Write(CHR(96+i),'=' ) ;
```

Pour faciliter l'écriture des formules, les données du tableau **T** sont ensuite stockées dans les variables **A** à **R** :

```
a:=t[10]; b:=t[11]; c:=t[12];
```

...

```
p:=t[7]; q:=t[8]; r:=t[9];
```


Le programme se poursuit par :

- le calcul de la matrice inverse de la seconde matrice ;
- le calcul et l'affichage du produit de la première matrice par l'inverse de la seconde.

